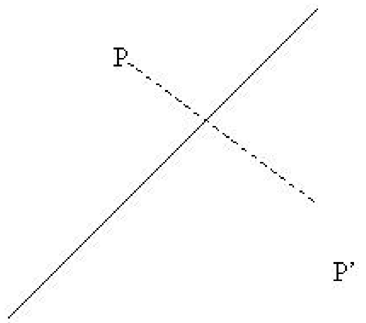
LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

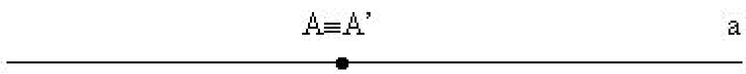
Una trasformazione geometrica è una funzione che fa corrispondere ai punti del piano altri punti del piano stesso (trasformazione biettiva)



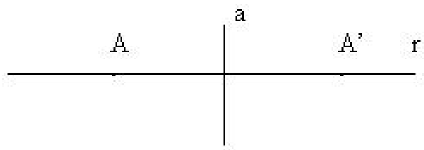
Nello schema "a" rappresenta l'asse di simmetria e il punto P' è corrispondente di P rispetto all'asse a.
Quindi possiamo dire che i punti P,P' sono l'uno simmetrico all'altro,rispetto ad una retta a,se questa retta è l'asse di simmetria del segmento PP'.

Un'isometria è una trasformazione geometrica che lascia invariate le distanze.

Si ha un punto unito in una trasformazione se esso coincide con la sua immagine (trasformato);sono uniti tutti i punti che si trovano sull'asse di simmetria.



Una retta si chiama unita se i trasformati dei suoi punti appartengono alla stessa retta.

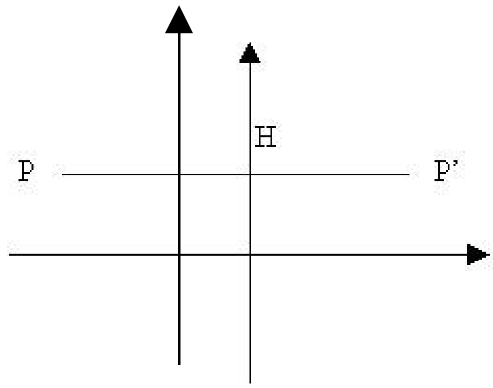


Questa rappresentata è una retta globalmente unita;sono globalmente unite tutte le rette perpendicolari all'asse di simmetria

Una retta si dice puntualmente unita se è formata da punti uniti;sono puntualmente unite tutte le rette che sono sovrapposte all'asse di simmetria.

EQUAZIONI DELLE SIMMETRIE ASSIALI

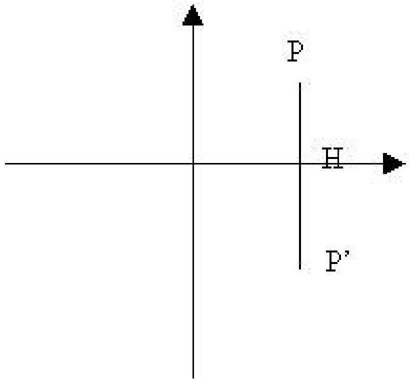
a)Simmetria rispetto all' asse y $\begin{cases} x'=-x \\ y'=y \end{cases}$



P(x;y)
P'(x' ;y')

L'ascissa cambia di segno poichè come possiamo osservare dal disegno H sarà il punto medio di PP' e quindi abbiamo che la distanza PH=P'H e quindi l'ascissa cambia di segno mentre l'ordinata rimane uguale poiché i punti si trovano sulla stessa retta y=K.

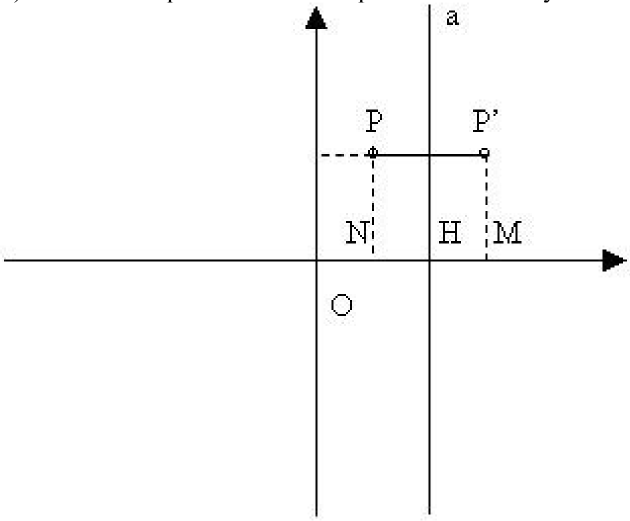
Rispetto l'asse delle x y $\begin{cases} x'=x \\ y'=-y \end{cases}$



P(x;y)
P'(x';y')

In questo caso accade la stessa cosa della precedente dimostrazione solo che è rispetto all'asse delle x quindi è l'ascissa che rimane invariate poiché si trovano su di una stessa retta x=K mentre l'ordinata cambia di segno.

b)Simmetria rispetto ad una retta parallela all'asse y



P(x;y)
P'(x';y')
a: x=K
H(K;0)
N(x;0)
M(x';0)

NH=HM

Prendendo in considerazione il disegno abbiamo che essendo una isometria,rispetto a r,NH deve esse uguale a HM.

HN=OH-ON

Che tradotto in coordinate:

HN=K-x

HM=OM-OH

Che tradotto in coordinate:

HM=x'-K

Quindi eguagliamo le due distanze

K-x=x'-K
x'=2k-x

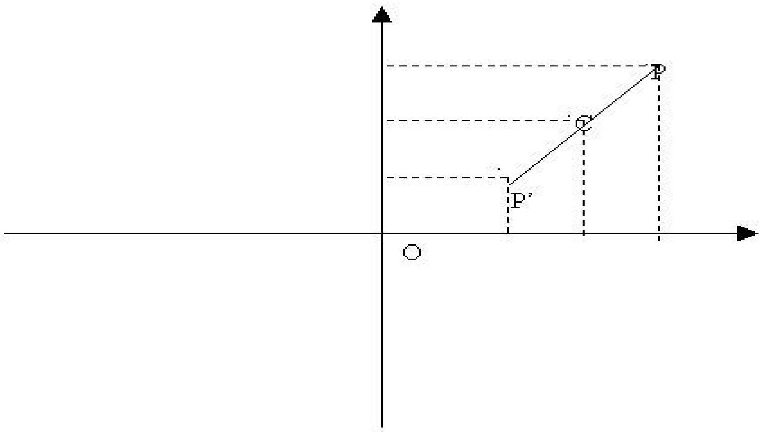
E quindi:

$$\begin{cases} x^1=2k-x \\ y^1=y \end{cases}$$

Stesso procedimento per una simmetria rispetto ad un asse parallelo all'asse x,però abbiamo: $\begin{cases} x^1=x \\ y^1=2k-y \end{cases}$

c)Simmetria centrale rispetto a un punto e all'origine degli assi:
Due punti si dicono simmetrici rispetto a C se C rappresenta il punto medio del segmento PP'.

Sono globalmente unite tutte le rette che passano per C.



P(x;y)
P'(x';y')
C(xc;yc)

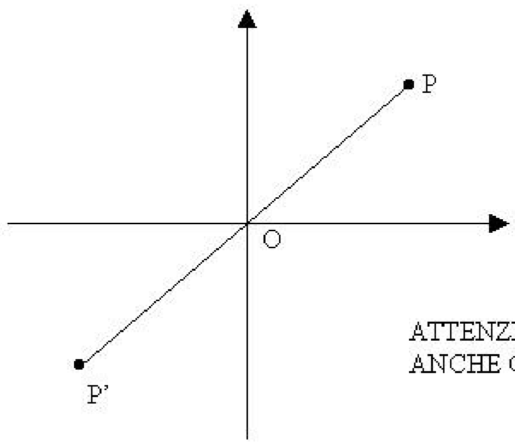
C deve essere considerato come punto medio,quindi C avrà per coordinate C([x+x']/2;[y+y']/2);quindi eguagliamo le coordinate di c xc e yc con la formula per calcolarle e visto che in una simmetria centrale dobbiamo calcolare le coordinate dell'immagine di P ossia P' calcoliamo x' e y'.

xc=(x+x')/2	yc=(y+y')/2
2xc=x+x'	2yc=y+y'
x'=2xc-x	y'=2yc-y

Quindi abbiamo che $\begin{cases} x^1=2xc-x \\ y^1=2yc-y \end{cases}$

Se abbiamo una simmetria centrale rispetto all'origine degli assi O(0;0) basta sostituire a xc e yc le sue coordinate poiché O è il centro di simmetria;e si ha:

$\begin{cases} x^1=-x \\ y^1=-y \end{cases}$



ESEMPIO 1:
L'immagine di P(3 ;3) rispetto a O è P(-3;-3).
ESEMPIO 2:
L'immagine della retta x-y+3=0 è -x+y+3=0

ATTENZIONE :QUESTO SISTEMA SI APPLICA ANCHE CON LE ALTRE ISOMETRIE.