

LE SIMMETRIE ORTOGONALI ASSIALI

Si chiama **simmetria ortogonale assiale** di asse **r** una corrispondenza biunivoca del piano in sé stesso che ad ogni punto **P** associa il punto **P'** che si ottiene con le seguenti condizioni:

- 1) $PP' \perp r$
- 2) $d(P;r) = d(P';r)$ oppure $M \in r$

Per trovare l'equazione di simmetria di un asse di simmetria bisogna trasformare le due condizioni algebricamente.

Per trovare le coordinate dell'immagine di un punto (**P'**) bisogna sostituire le coordinate del punto iniziale (**P**) alla **x** e alla **y** dell'equazione di simmetria.

Per trovare la legge dell'immagine di una retta (**r'**) bisogna sostituire i valori di **x** e di **y** dell'equazione di simmetria inversa alla legge della retta iniziale (**r**).

Simmetria con asse di simmetria parallelo all'asse X

$$r : y = 3$$

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

$$\frac{y + y'}{2} = M$$

quindi

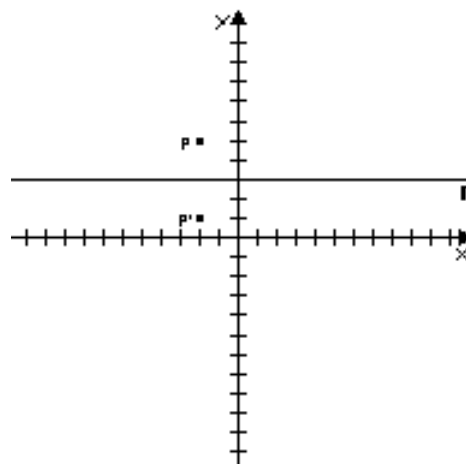
$$\frac{y + y'}{2} = 3$$

$$y + y' = 6 \quad \text{Trovo } y'$$

$$y' = -y + 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = x \\ y' = -y + 6 \end{array} \right\} \text{Equazione della simmetria}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x' \\ y = -y' + 6 \end{array} \right\} \text{Equazione della simmetria inversa}$$



Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (-2, 5) \rightarrow A'$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -2 \\ y' = -5 + 6 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -2 \\ y' = 1 \end{array} \right\}$$

Coordinate di $A' \equiv (-2, 1)$

Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s : y = 3x + 4$$

$$s' : -y' + 6 = 3x' + 4$$

$$s' : -y' = 3x' - 2$$

$$s' : y' = -3x' + 2$$

Simmetria con asse di simmetria parallelo all'asse Y

$$r: x = 4$$

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

$$\frac{x + x'}{2} = M$$

quindi

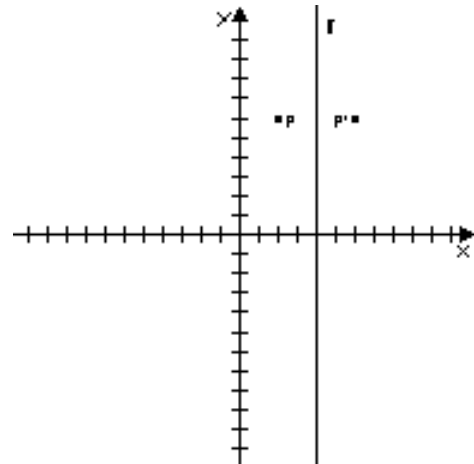
$$\frac{x + x'}{2} = 4$$

$$x + x' = 8 \quad \text{Trovo } x'$$

$$x' = -x + 8$$

$$\begin{cases} x' = -x + 8 \\ y' = y \end{cases} \quad \text{Equazione della simmetria}$$

$$\begin{cases} x = -x' + 8 \\ y = y' \end{cases} \quad \text{Equazione della simmetria inversa}$$



Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (2, 6) \rightarrow A'$$

$$\begin{cases} x' = -2 + 8 \\ y' = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = 6 \\ y' = 6 \end{cases}$$

Cordinate di $A' \equiv (6, 6)$

Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = 4x + 1$$

$$s': y' = -x' + 8 + 1$$

$$s': y' = -x' + 9$$

Simmetria avente l'asse X come asse di simmetria

Questa simmetria ha una sua equazione della simmetria che e:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

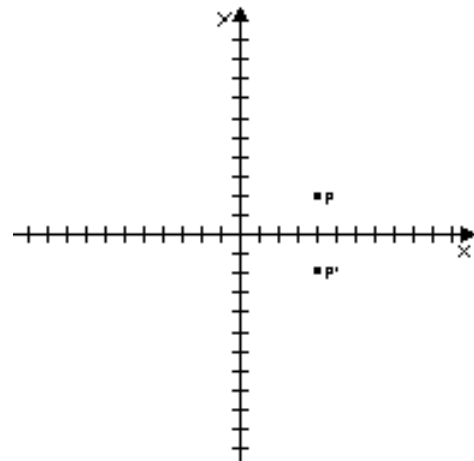
$$\begin{cases} x = x' \\ y = -y' \end{cases} \quad \text{Equazione della simmetria inversa}$$

Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (4, 2) \rightarrow A'$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Cordinate di $A' \equiv (4, -2)$



Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = x + 3$$

$$s': -y' = x' + 3$$

$$s': y' = -x' - 3$$

Simmetria avente l'asse Y come asse di simmetria

Questa simmetria ha una sua equazione della simmetria che e:

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

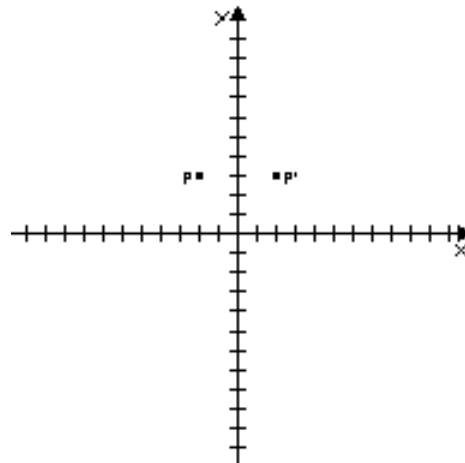
$$\begin{cases} x = -x' \\ y = y' \end{cases} \text{ Equazione della simmetria inversa}$$

Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (2, 3) \rightarrow A'$$

$$\begin{cases} x' = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Coordinate di $A' \equiv (-2, 3)$



Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = 2x + \frac{1}{3}$$

$$s': y' = -2x' + \frac{1}{3}$$

Simmetria avente la bisettrice del 1° e 3° quadrante come asse di simmetria

Questa simmetria ha una sua equazione della simmetria che e:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y' \\ y = x' \end{cases} \text{ Equazione della simmetria inversa}$$

Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (3, 6) \rightarrow A'$$

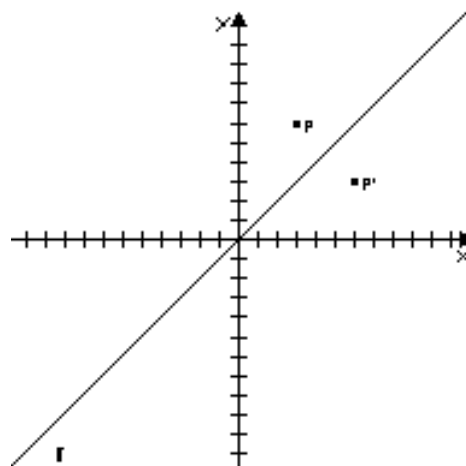
$$\begin{cases} x' = 6 \\ y' = 3 \end{cases}$$

Coordinate di $A' \equiv (6, 3)$

Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = 3x + 2$$

$$s': x' = 3y' + 2$$



$$s': -3y' = -x' + 2$$

$$s': y' = \frac{1}{3}x' - \frac{2}{3}$$

Simmetria avente la bisettrice del 2° e 4° quadrante come asse di simmetria

Questa simmetria ha una sua equazione della simmetria che è:

$$\begin{cases} x' = -y' \\ y' = -x' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y' \\ y = -x' \end{cases} \text{ Equazione della simmetria inversa}$$

Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (2, 3) \rightarrow A'$$

$$\begin{cases} x' = -3 \\ y' = -2 \end{cases}$$

Coordinate di $A' \equiv (-3, -2)$

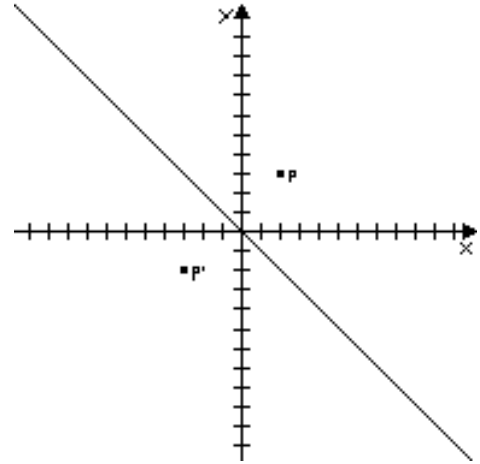
Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = \frac{2}{5}x + 2$$

$$s': -x' = -\frac{2}{5}y' + 2$$

$$s': \frac{2}{5}y' = x' + 2$$

$$s': y = \frac{5}{2}x' + 5$$



Simmetria con asse di simmetria obliquo

$$r: y = 2x + 2$$

$$P(x, y) \rightarrow P'(x', y')$$

Da ricordare: $y = kx + q$

Due rette sono ortogonali se il coefficiente angolare (k) di una retta è l'antireciproco dell'altra retta

Condizione 1) $K_{pp'} = \frac{y - y'}{x - x'}$ e $K_r = 2$

Quindi

$$PP' \perp r \Leftrightarrow \frac{y - y'}{x - x'} = -\frac{1}{2}$$

Condizione 2) $M \equiv \left(\frac{x + x'}{2}, \frac{y + y'}{2} \right)$ e $M \in r$

Quindi

$$\frac{y + y'}{2} = 2 \left(\frac{x + x'}{2} \right) + 2$$

Mettendo le due condizone in un sistema si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{y - y'}{x - x'} = -\frac{1}{2} \\ \frac{y + y'}{2} = 2 \left(\frac{x + x'}{2} \right) + 2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - y' = -\frac{1}{2}(x - x') \\ \frac{y + y'}{2} = \frac{2x + 2x'}{2} + 2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - y' = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x' \\ y + y' = 2x + 2x' + 4 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x' \\ y + y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x' = 2x + 2x' + 4 \end{array} \right\}$$

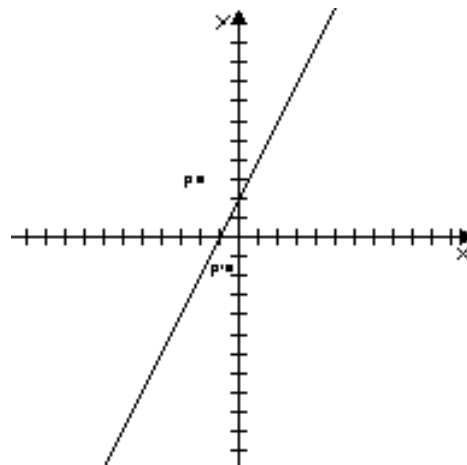
$$\left\{ \begin{array}{l} y' = y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x' \\ -\frac{5}{2}x' = \frac{3}{2}x - 2y + 4 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x' \\ x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = y + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \right) \\ x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y' = y + \frac{1}{2}x - \frac{2}{5}y + \frac{3}{10}x + \frac{4}{5} \\ x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \\ y' = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5} \end{array} \right\}$$



Equazione della simmetria

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{8}{5} \\ y' = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{4}{5} \end{array} \right\}$$

Equazione della simmetria inversa

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{3}{5}x' + \frac{4}{5}y' - \frac{8}{5} \\ y = \frac{2}{5}x' + \frac{3}{5}y' + \frac{4}{5} \end{array} \right\}$$

Esempio 1 (simmetria di un punto):

$$A \equiv (-2, 3) \rightarrow A'$$

$$\begin{cases} x' = -\frac{3}{5}(-2) + \frac{4}{5}(3) - \frac{8}{5} \\ y' = \frac{2}{5}(-2) + \frac{3}{5}(3) + \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = -\frac{6}{5} + \frac{12}{5} - \frac{8}{5} \\ y' = -\frac{4}{5} + \frac{9}{5} + \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x' = -\frac{2}{5} \\ y' = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\text{Coordinate di } A' \equiv \left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$$

Esempio 2 (simmetria di una retta):

$$s: y = 3x - 3$$

$$s': \frac{2}{5}x' + \frac{3}{5}y' + \frac{4}{5} = 3\left(-\frac{3}{5}x' + \frac{4}{5}y' - \frac{8}{5}\right) - 3$$

$$s': \frac{2}{5}x' + \frac{3}{5}y' + \frac{4}{5} = -\frac{9}{5}x' + \frac{12}{5}y' - \frac{24}{5} - 3$$

$$s': 2x' + 3y' + 4 = -9x' + 12y' - 24 - 15$$

$$s': -9y' = -11x' - 43$$

$$s': y' = \frac{11}{9}x' + \frac{43}{9}$$