

BREVE CENNO SULLE POLARI

Si definisce polare di un punto $P(x_1, y_1)$, nella polarità definita da una conica Γ (circonferenza, parabola, ellisse, iperbole), la retta r (del piano π al quale appartengono Γ e P) la cui equazione si ottiene operando nell'equazione della conica le seguenti sostituzioni:

$$x^2 \text{ con } x^1 x, \quad y^2 \text{ con } y^1 y, \quad x \text{ con } \frac{x_1 + x}{2}, \quad y \text{ con } \frac{y_1 + y}{2}.$$

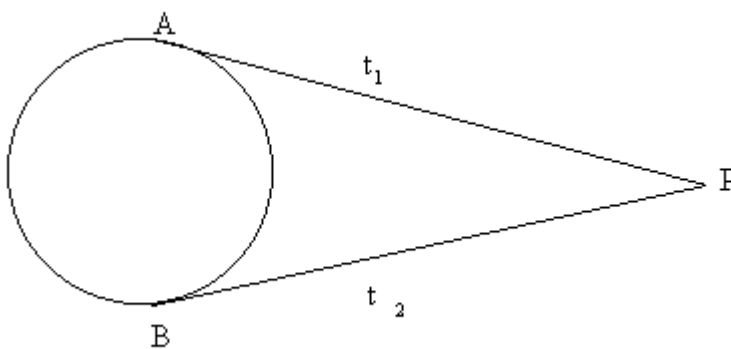
Si può dimostrare (e noi lo abbiamo fatto nel caso della circonferenza) che se il punto $P \in \Gamma$ la sua polare coincide con la tangente a Γ in P .

Vale inoltre il seguente teorema la cui dimostrazione esula dai limiti di questo corso:

Teorema della reciprocità: *Se la polare di un punto P passa per un punto A , allora la polare del punto A passa per il punto P .*

Alla luce di questo teorema e di quanto abbiamo prima detto possiamo affermare che la retta congiungente i punti A e B di contatto della circonferenza C con le tangenti condotte ad essa da un punto esterno P altro non è che la polare di P e pertanto la sua equazione si ottiene come specificato precedentemente (regola dello sdoppiamento).

Nota: che la polare di P sia la retta congiungente i punti di contatto A e B delle tangenti condotte da P alla circonferenza C è ovvio poiché, dette t^1 e t^2 le tangenti condotte da P alla circonferenza C e detti A e B i punti di contatto della circonferenza C con le tangenti t^1 e t^2 rispettivamente, la tangente t^1 per quanto prima affermato altro non è che la polare del punto A , così come la tangente t^2 altro non è che la polare del punto B ; poiché tali tangenti (polari) passano per P , la polare di P , per il teorema della reciprocità, deve passare per i punti A e B .



In breve: t^1 , polare di A , passa per P quindi la polare di P (per il teorema di reciprocità) passa per A ; t^2 , polare di B passa per P quindi la polare di P (per il teorema di reciprocità) passa per B ; pertanto la polare di P passa per A e B .

PROF. MICHELE FARINA