

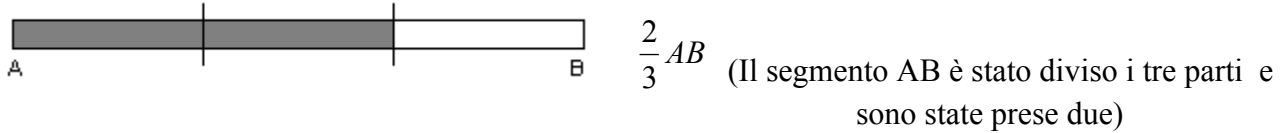
# LE FRAZIONI

---

## LE FRAZIONI

La frazione è un operatore che opera su una qualsiasi grandezza e che da come risultato una grandezza omogenea a quella data.

Esempio:



Una frazione è scritta nella forma:  $\frac{n}{d}$ , dove  $n$  è il **numeratore**,  $d$  il **denominatore**, ed entrambi sono divisi da una linea detta **linea di frazione**.

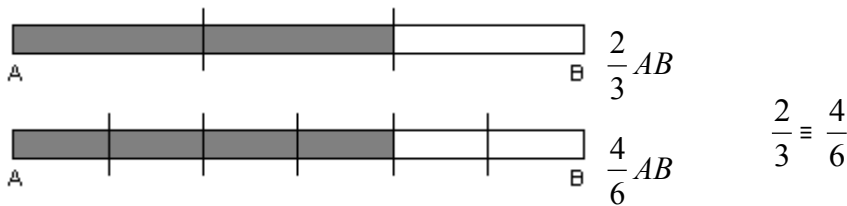
Una frazione divide una grandezza in tante parti quanto è indicato dal denominatore e ne prende tanto quanto è indicato dal numeratore.

---

## LE FRAZIONI EQUIVALENTI

Due frazioni sono equivalenti quando applicate alla stessa grandezza danno lo stesso risultato.

Esempio:



Una frazione può essere trasformata in un'altra equivalente moltiplicando o dividendo il numeratore e il denominatore per uno stesso numero diverso da zero. Questa proprietà è detta **proprietà invariante delle frazioni**.

---

## LA SEMPLIFICAZIONE DI UNA FRAZIONE

Per semplificare una frazione si dividono il numeratore e il denominatore per lo stesso fattore.

Esempio:

Dividendo  $\frac{15}{21}$  per 3 la frazione diventa  $\frac{5}{7}$  e quindi :

$$\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

Una frazione si dice **ridotta ai minimi termini** quando il numeratore e il denominatore sono primi tra loro.

# LE FRAZIONI

---

Esempio:

$\frac{30}{60}$  viene diviso per 2 e diventa  $\frac{15}{30}$

$\frac{15}{30}$  viene diviso per 3 e diventa  $\frac{5}{10}$

$\frac{5}{10}$  viene diviso per 5 e diventa  $\frac{1}{2}$

quindi :

$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$  (ridotto ai minimi termini)

Una frazione per essere ridotta ai minimi termini deve essere semplificata per il M.C.D. tra il numeratore e il denominatore.

$\frac{30}{60} \rightarrow$  M.C.D. = 30

$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$  (dividendo per 30)

---

## NUMERO RAZIONALE ASSOLUTO

Un numero razionale assoluto è l'insieme di tutte le frazioni equivalenti a una data che viene scelta come rappresentante della classe. Il rappresentante è una frazione ridotta ai minimi termini.

Esempio:

$\left[ \frac{1}{2} \right] = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots \right\}$  dove :

$\left[ \frac{1}{2} \right]$  è il rappresentante;

$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \dots \right\}$  è il numero razionale assoluto

---

## TIPI DI FRAZIONI

Ci sono tre tipi di frazioni:

- **Frazioni proprie:** il numeratore è maggiore del denominatore (Es:  $\frac{2}{5}$ )
- **Frazioni improprie:** il numeratore è minore del denominatore (Es:  $\frac{7}{3}$ )

# LE FRAZIONI

---

- **Frazioni apparenti:** il numeratore è multiplo del denominatore (Es:  $\frac{15}{3}$ )
- 

## TRASFORMAZIONE DI PIÙ FRAZIONI IN FRAZIONI EQUIVALENTI AVENTI LO STESSO DENOMINATORE

Per trasformare due o più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore, si deve scegliere come denominatore comune il m.c.m. tra i denominatori delle frazioni. Si deve poi dividere il nuovo denominatore per il vecchio denominatore e moltiplicare il risultato ottenuto per il vecchio numeratore, ottenendo così il nuovo numeratore.

Esempio:

Consideriamo le frazioni

$$\frac{1}{4} \text{ e } \frac{5}{6}$$

il m.c.m. è 12

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \text{ e}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

La trasformazione serve per le operazioni e per il confronto di frazioni.

Es. di confronto:

Consideriamo le frazioni

$$\frac{5}{8} \text{ e } \frac{2}{3}$$

trasformati in f. equivalenti si ottiene :

$$\frac{15}{24} \text{ e } \frac{16}{24}$$

quindi

$$\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

---

## ADDIZIONE DI FRAZIONI

### 1) Addizione di frazioni con stesso denominatore:

Si sommano i numeratori e si conservano i denominatori

Esempio:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

# LE FRAZIONI

---

## 2) Addizione di frazioni con denominatori diversi:

Si applica la trasformazione di più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore e poi si somma come nel caso 1.

Esempio:

$$\frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{10}{6} + \frac{3}{6} = \frac{13}{6}$$

## 3) Addizione di un numero intero con una frazione:

Si deve moltiplicare il numero intero per il denominatore della frazione; poi bisogna sommare il risultato ottenuto con numeratore nella frazione, ottenendo così il nuovo numeratore; il nuovo denominatore sarà invece quello della frazione.

Esempio:

$$2 + \frac{5}{3}$$

si svolge moltiplicando  $2 * 3$ , ottenendo 6, che sommato a 5 della frazione darà 11. Quindi :

$$2 + \frac{5}{3} = \frac{11}{3}$$

---

## SOTTRAZIONE DI FRAZIONI

### 1) Sottrazione di frazioni con stesso denominatore:

Si sottraggono i numeratori e si conservano i denominatori

Esempio:

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

### 2) Sottrazione di frazioni con denominatori diversi:

Si applica la trasformazione di più frazioni in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore e poi si sottrae come nel caso 1.

Esempio:

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{2} = \frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$$

### 3) Sottrazione di un numero intero con una frazione:

Si deve moltiplicare il numero intero per il denominatore della frazione; poi bisogna sottrarre al risultato ottenuto il numeratore nella frazione, ottenendo così il nuovo numeratore; il nuovo denominatore sarà invece quello della frazione.

Esempio:

# LE FRAZIONI

---

$$2 - \frac{5}{3}$$

si svolge moltiplicando  $2 * 3$ , ottenendo 6, e sottraendo il 5 della frazione, darà 1. Quindi :

$$2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$$

---

## MOLTIPLICAZIONE DI FRAZIONI

Per moltiplicare due o più frazioni si moltiplicano tra loro i numeratori e i denominatori.

Esempio:

$$\frac{1}{2} * \frac{5}{3} = \frac{5}{6}$$

Se è possibile, si possono semplificare le frazioni a croce prima di eseguire la moltiplicazione.

Esempio:

$$\frac{3}{10} * \frac{15}{6}$$

semplifichiamo 3 con 6 e 10 con 15, ottenendo così:

$$\frac{1}{2} * \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

---

## DIVISIONE DI FRAZIONI

Per dividere due frazioni, si moltiplica la prima per l'inversa della seconda.

Esempio:

$$\frac{5}{3} : \frac{15}{2} = \frac{5}{3} * \frac{2}{15}$$

dopo aver invertito, si può semplificare come nella moltiplicazione ottenendo:

$$\frac{1}{3} * \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

---

## NOTE SULLE FRAZIONI

E' buona norma tener presenti le seguenti note:

## LE FRAZIONI

---

$$\frac{0}{n} = 0 : n = 0$$

$$\frac{n}{0} = 5 : 0 = \textit{impossibile}$$

$$\frac{0}{0} = 0 : 0 = \textit{indeterminata}$$